

В. Б. Христинич

**МОДЕЛЬ СВЕРХЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА В
ПЕРЕХОДНОМ РЕЖИМЕ ПРИ ОБТЕКАНИИ КОСМИЧЕСКИХ
АНТЕНН. Часть II ***

Санкт-Петербургский государственный университет,
математико-механический факультет
Библиотечная пл.2, С.-Петербург, Петродворец, 198904, Россия
E-mail: Khristinich@mail.ru
URL : <http://www.Khristinich.ru> .

Аннотация

Часть II.

Во второй части работы приводится реализация модели сверхзвукового течения газа в переходном режиме около космических антенн. Рассматриваются вопросы связанные с решением систем уравнений сохранения для каждой области течения. Эти решения позволяют определить параметры течения на большом удалении за решеткой и в контрольных сечениях с обеих сторон обтекаемого тела для каждого элемента конструкции. Их определение позволяет замкнуть задачу на уровне модели распределения скоростей частиц.

Интегрирование распределений скоростей частиц позволяет определить все параметры течения в сечениях, где происходит сшивка решений. В работе приведены только концентрации, скорости, температуры потоков. Потоки тепла и другие параметры получаются аналогично. Даны выражения для температуры элементов поверхности и их аэродинамические характеристики. Показано, что переход к известному свободномолекулярному пределу имеет место.

Приводятся результаты исследований аэродинамических характеристик параболических антенн в зависимости от чисел Маха, коэффициента прозрачности и угла атаки антенны. Приведены графики концентраций и температур в различных сечениях. Обсуждаются вопросы области применимости данной методики.

Данная работа является продолжением публикации в предыдущем номере Вестника СПбГУ.

Решение систем уравнений сохранения

В итоге мы получили систему девяти уравнений для определения девяти неизвестных. На большом удалении вверх по потоку в области I задано: n_0, \mathbf{V}_0, T_0 , а на большом удалении вниз по потоку в области II — n, \mathbf{V}, T , подлежат определению наряду с $n_1, n_2, \mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, T_1, T_2$. При этом необходимо учитывать, что мы находимся в системе локальной $(\mathbf{n}, \boldsymbol{\tau}, \mathbf{b})$, связанной с рассматриваемым элементом поверхности ΔS_{km} , который находится под углом атаки θ^* к набегающему потоку. В работах [1, 2, 3] под осью X нужно понимать X^* ; под углом $\theta - \theta^*$, а под осью Y ось $\boldsymbol{\tau}$. Соответственно отметим, что тогда C_x в [2, 3] есть C_n^* в данной работе, а C_y — есть C_τ^* . Величины C_x и $C_{y'}$ в данной работе относятся ко всей конструкции антенны в целом.

Выше перечислены не истинные концентрации, скорости и температуры потоков, а параметры распределений из моделей (6)–(8). Отметим, что введение дополнительных параметров распределений приведет к незамкнутости задачи на уровне уравнений сохранения.

Рассмотрим последовательно решение систем уравнений сохранения (11) – (14). Как известно, при $\mathbf{P}_{st} = E_{st} = 0$ система (11) приводит к соотношениям Гюгонио и имеет вырожденное решение при $M = 1$, где M – число Маха набегающего потока $S_0 = V_0/c_0 = V_0(\sqrt{2RT_0})^{-1} = \sqrt{\gamma/2} M$. Получим решение системы (11) при произвольных \mathbf{P}_{st} , E_{st} , S_0 и γ , что будет являться обобщением известных соотношений Гюгонио.

За характерные величины примем параметры невозмущенного потока n_0, \mathbf{V}_0, T_0 и введем скоростное отношение $S = V/V_0$, что легко отличается контекстуально от обозначения поверхности. Исключая неизвестные n, T в (11), получим

$$S = \frac{1}{2AS_0^2} \left\{ B \pm \left[B^2 - 4AS_0^2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{\gamma} \left(S_0^2 - \frac{E_{st}^*}{\sin(\theta^*)} \right) \right) \right]^{1/2} \right\}, \quad (39)$$

$$\text{где } A = \left[2\sin^2(\theta^*) - (\gamma-1)/\gamma \right], \quad B = (1 + 2S_0^2 \sin^2(\theta^*) - P_{st}^*),$$

$$P_{st}^* = P_{st} (2/(mn_0c_0^2)), \quad E_{st}^* = E_{st} (2/(mn_0c_0^3S_0)). \quad (40)$$

Система уравнений (11) разрешима при условии положительного значения

$$D = HS_0^4 + GS_0^2 + (1 - P_{st}^*)^2,$$

$$\text{где } H = 4(\sin^4(\theta^*) - A(\gamma-1)/\gamma) = 4(\sin^2(\theta^*) - (\gamma-1)/\gamma)^2,$$

$$G = 4\sin^2(\theta^*)(1 - P_{st}^*) - 4A \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{E_{st}^*}{\sin(\theta^*)} \right).$$

Заметим, что $1 + 2S_0^2 \sin^2(\theta^*) - P_{st}^*$ – выражение для потока импульса в безразмерных переменных при положении контрольной поверхности, связанной с рассматриваемым элементом ΔS_{km} , под углом атаки θ^* к набегающему потоку. А $S_0^2 + \gamma/(\gamma-1) - E_{st}^*/\sin(\theta^*)$ – выражение для потока энергии на большом расстоянии вниз по течению. Следовательно, система уравнений (11) разрешима, если поток энергии с коэффициентом $4AS_0^2(\gamma-1)/\gamma$ не превосходит квадрата потока импульса на большом удалении вниз по течению. Нарушение этого условия приводит к тому, что появляется область чисел Маха, где решение не реализуемо в данной модельной интерпретации.

При решении уравнений (11) будем выбирать отрицательную ветвь решения, которая ведет к соотношениям Гюгонио при $P_{st}, E_{st} \rightarrow 0$, когда дискриминант является полным квадратом,

$$D = \left(2S_0^2 \left(\sin^2(\theta^*) - \frac{\gamma-1}{\gamma} \right) - 1 \right)^2, \quad S = \frac{V}{V_0} = \frac{\gamma + S_0^2(\gamma-1)}{S_0^2(2\gamma \sin^2(\theta^*) - \gamma + 1)}. \quad (41)$$

Положительная ветвь решения дает в этом случае тождественное решение $S = 1, V = V_0$ и две ветви решения совпадают в точке $M = 1, S_0^2 = \gamma/2$. Заметим, что малые углы атаки не приемлемы в данном случае, так как нарушается предположение о неизменности направления скорости потока и, главное – предположение о большой прозрачности решетки.

Рассмотрим подробнее эту ситуацию. Не пренебрегая значительно общностью в данном конкретном случае предположим, что элемент ориентирован перпендикулярно к набегающему потоку, а газ одноатомный. Тогда получим $\gamma = 5/3, A = 8/5$. Если контрольная

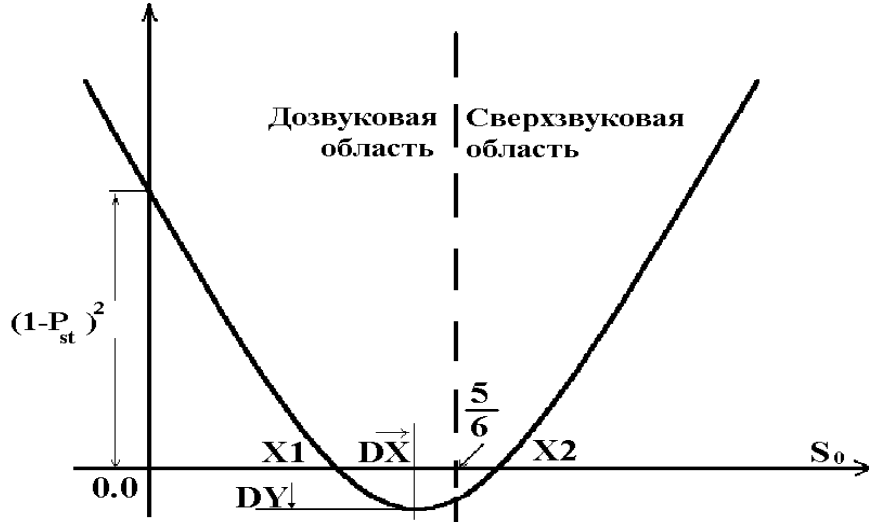


Рис. 3: Решение системы уравнений сохранения.

поверхность ориентирована перпендикулярно к набегающему потоку, то (41) переходит в традиционную запись:

$$S = \frac{V}{V_0} = \frac{2 + M^2(\gamma - 1)}{M^2(\gamma + 1)}. \quad (42)$$

На рис. 3 приводится качественная зависимость $D = D(S_0^2)$ в подобных ситуациях. На рисунке:

$$DY = (1 - P_{st}^*)^2 - \left(1 + \frac{5}{3}P_{st}^* - \frac{16}{15}E_{st}^*\right)^2, \quad DX = \frac{5}{6} + \frac{25}{18}P_{st}^* - \frac{8}{9}E_{st}^*,$$

а $X1$ и $X2$ суть решения $D(S_0^2, P_{st}^*, E_{st}^*) = 0$.

Естественно, что полностью решение системы (11) будет определено при нахождении импульса P_{st} и энергии E_{st} , приносимых на поверхность решетки, для чего необходимо решить системы (12–14). Так как уравнения содержат трансцендентные функции, решить их удастся только в случае высокоскоростного приближения $S_0 > 3$.

Высокоскоростное приближение не только позволило избавиться от экспоненциальных зависимостей и интегральных функций в выражениях для потоков, но и произошло расщепление систем уравнений (11), (12) и (14), к рассмотрению которых мы переходим.

Запишем систему уравнений для области I — уравнения (12) в высокоскоростном приближении. Так как мы предположили неизменность направления вектора скорости \mathbf{V}_0 и \mathbf{V}_1 , то необходимо определить только модуль \mathbf{V}_1 . Дополнительной записи уравнения сохранения импульса в проекции на τ не нужно. Неизвестные n_1, c_1, S_1 найдем из системы (43):

$$\begin{aligned} n_0 c_0 S_0 &= p n_1 c_1 S_1 \quad \text{— уравнение неразрывности;} \\ 2S_0^2 \sin^2(\theta^*) + 1 &= n_{10} c_{10}^2 \left(2(S_1 \sin(\theta^*))^2 + 1\right) + (1 - p)\sqrt{\pi} T_{W0} n_{10} c_{10} S_1 \sin(\theta^*) \quad (43) \\ &\quad \text{— уравнение движения;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_0 \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} + S_0^2\right) &= n_{10} c_{10}^3 S_1 \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} + S_1^2\right) - \\ &\quad - (1 - p) T_{W0} n_{10} c_{10} S_1 \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}\right). \end{aligned}$$

— уравнение энергии.

Исключая неизвестные c_{10} , S_1 в (43), получим

$$\frac{n_0}{n_1} = \frac{p^2}{2A} \left\{ B \pm \left[B^2 - 4 \frac{A}{p} \left(1 + \frac{\gamma-1}{\gamma} S_0^2 + \left(\frac{1-p}{p} \right) \left(\frac{\gamma+1}{2\gamma} \right) T_{W0} \right) \right]^{1/2} \right\},$$

где: $A = S_0^2 \left[2 \sin^2(\theta^*) - 1 + 1/\gamma \right],$ (44)

$$B = 2S_0^2 \sin^2(\theta^*) + 1 - \left(\frac{1-p}{p} \right) \sqrt{\pi T_{W0}} S_0 \sin(\theta^*).$$

В данном случае, при выборе ветви решения в (44), возникает ситуация противоположная той, которая имела место при решении уравнений (11), когда выбрали отрицательную ветвь решения в (39), ведущую к соотношениям Гюгонио при $P_{st}, E_{st} \rightarrow 0$ в (11). Положительная ветвь решения давала тождественное решение $S = 1, V = V_0$.

Теперь мы должны руководствоваться асимптотикой по $p \rightarrow 1$ и учитывать два фактора: область I имеет меньший масштаб, где скачек (ударная волна) не может полностью сформироваться для прозрачной решетки, существует сток импульса и энергии на решетку и они должны иметь необходимые знаки (при горячей поверхности энергия отдается в поток). Суммарный падающий импульс должен находиться в нужных соотношениях с отраженным.

Если взять отрицательную ветвь решения в (44), которая в пределе $p \rightarrow 1$ ведет к соотношениям Гюгонио, то S_1 будет принимать малые значения, и возникнет противоречие сделанному предположению о значительной прозрачности решетки. Пример подобных вычислений содержится в [1]. И, напротив, если взять положительную ветвь решения, то в пределе $p \rightarrow 1$ мы приходим к правильному пределу тождественности величин $S_0 = S_1, n_0 = n_1, c_0 = c_1$. Выбирая положительную ветвь решения из (43), находим $c_1/c_0, S_1$, которые для больших S_0 удовлетворяют сделанным предположениям.

Отметим, что случай $p = 0$ — соответствующий сплошной поверхности "перфорированного тела" ведет к абсурду, как и следовало ожидать в данной модельной постановке задачи об обтекании тела значительной прозрачности.

Определение параметров в поле течения

Приведем расчетные формулы для гидродинамических величин в различных сечениях. В результате решения системы уравнений (12) и (14) мы получаем только параметры в распределениях (6)-(8). Проинтегрируем распределения (6)-(8) с найденными параметрами, получим концентрации, скорости и температуры в различных сечениях.

Концентрация в сечении I). Ось X^* направлена по нормали:

$$\begin{aligned} n(x^* = -\delta) &= \frac{n_1}{2} \operatorname{erS}_1 + p \frac{n_2}{2} \operatorname{erS}_2 + (1-p) \frac{\sqrt{\pi}}{c_w} N_i(1), \\ n(x^* = 0) &= \frac{n_1}{2} \operatorname{erS}_1 + \frac{n_2}{2} \operatorname{erS}_2, \\ n(x^* = \delta) &= p \frac{n_1}{2} \operatorname{erS}_1 + \frac{n_2}{2} \operatorname{erS}_2 + (1-p) \frac{\sqrt{\pi}}{c_w} N_i(2), \end{aligned} \quad (45)$$

$$\text{где } \operatorname{erS}_j = (1 + \operatorname{erf}(S_{\theta_j})) , \quad S_{\theta_j} = (-1)^{j-1} S_j \sin(\theta^*) , \quad j = 1, 2.$$

Перейдем к асимптотическим выражениям в (45) при $S_i > 3$ - получим концентрации в сечениях 1,0,2:

$$\frac{n(x^* = -\delta)}{n_0} = \frac{n_1 (1-p)}{n_0 p} \sqrt{\pi T_{W0}} S_0 \sin(\theta^*), \quad (46)$$

$$\frac{n(x^*=0)}{n_0} = \frac{n_1}{n_0} = n_{10}, \quad \frac{n(x^*=\delta)}{n_0} = p \frac{n_1}{n_0} = p n_{10},$$

где n_{10} находится из (44) — решения системы (12).

Модуль векторов скорости в сечениях 1,0,2:

$$\begin{aligned} \frac{V(x^* = -\delta)}{V_0} &= \frac{n_0}{n(x^* = -\delta)}, & \frac{V(x^* = 0)}{V_0} &= \frac{n_0}{n(x^* = 0)}, \\ \frac{V(x^* = \delta)}{V_0} &= \frac{n_0}{n(x^* = \delta)}, \end{aligned} \quad (47)$$

где соответствующие концентрации можно находить как из (45), так и из (46) для больших S_i .

Обозначим $CS_j = 1 + (S_j \cos(\theta^*))^2$, $c_{10} = c_1/c_0$, $T_{W0} = T_W/T_0$. Вычислим поступательную температуру потока в сечениях: Температура газа перед решеткой $x^* = -\delta$:

$$\begin{aligned} T(x^* = -\delta) &= \frac{1}{3R} \left[\frac{1}{n(x^* = -\delta)} \left\{ \frac{n_0 c_0^2}{2} + n_0 V_0^2 \left(\sin^2(\theta^*) - \frac{n_0}{n(x^* = -\delta)} \right) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{n_1 c_1^2}{2} CS_1 \operatorname{erS}_1 + p \frac{n_2 c_2^2}{2} CS_2 \operatorname{erS}_2 + (1-p) \sqrt{\pi} c_w N_i(1) \right\} \right]. \end{aligned} \quad (48)$$

В сечении решетки $x^* = 0$:

$$\begin{aligned} T(x^* = 0) &= \frac{1}{3R} \left[\frac{1}{n(x^* = 0)} \left\{ \frac{n_0 c_0^2}{2} + n_0 V_0^2 \left(\sin^2(\theta^*) - \frac{n_0}{n(x^* = 0)} \right) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{n_1 c_1^2}{2} CS_1 \operatorname{erS}_1 + \frac{n_2 c_2^2}{2} CS_2 \operatorname{erS}_2 \right\} \right]. \end{aligned} \quad (49)$$

Температура за сечением решетки $x^* = \delta$:

$$\begin{aligned} T(x^* = \delta) &= \frac{1}{3R} \left[\frac{1}{n(x^* = \delta)} \left\{ \frac{n_0 c_0^2}{2} + n_0 V_0^2 \left(\sin^2(\theta^*) - \frac{n_0}{n(x^* = \delta)} \right) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + p \frac{n_1 c_1^2}{2} CS_1 \operatorname{erS}_1 + \frac{n_2 c_2^2}{2} CS_2 \operatorname{erS}_2 + (1-p) \sqrt{\pi} c_w N_i(2) \right\} \right]. \end{aligned} \quad (50)$$

Перейдем к асимптотическим выражениям в (48)-(50) и при $S_i > 3$ — получим температуры в сечениях 1,0,2. Температура газа перед решеткой $x^* = -\delta$:

$$\begin{aligned} \frac{T(x^* = -\delta)}{T_0} &= \frac{1}{3} \frac{n_0}{n(x^* = -\delta)} \left\{ 1 + 2S_0^2 \left(\sin^2(\theta^*) - \frac{n_0}{n(x^* = -\delta)} \right) + \right. \\ &\quad \left. + 2n_{10} c_{10}^2 CS_1 + 2 \frac{(1-p)}{p} S_0 \sin(\theta^*) \sqrt{\pi T_{W0}} \right\}, \end{aligned}$$

в сечении решетки $x^* = 0$:

$$\frac{T(x^* = 0)}{T_0} = \frac{1}{3} \frac{n_0}{n(x^* = 0)} \left[1 + 2S_0^2 \left(\sin^2(\theta^*) - \frac{n_0}{n_1} \right) + 2n_{10} c_{10}^2 CS_1 \right],$$

температура за сечением решетки $x^* = \delta$:

$$\frac{T(x^* = \delta)}{T_0} = \frac{1}{3} \frac{n_0}{n(x^* = \delta)} \left\{ 1 + 2S_0^2 \left(\sin^2(\theta^*) - \frac{n_0}{n(x^* = \delta)} \right) + 2pn_{10} c_{10}^2 CS_1 \right\}.$$

Если элемент поверхности теплоизолирован и потоки энергии, падающие на него, равны отраженным, то его температуру в стационарном режиме обтекания в данной теории находим из условия $E_{st} = 0$, где E_{st} взято из выражения (16). Температура поверхности:

$$T_W = \frac{E_i(1) + E_i(2) + E_i^B(1) + E_i^B(2)}{\frac{k}{2} \left\{ \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \right\} (N_i(1) + N_i(2))}. \quad (51)$$

Рассмотрим случай больших S_i , получим из (51) —

$$T_{W0} = \frac{T_W}{T_0} = \frac{2p}{S_0} \left\{ \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right\} n_{10} c_{10}^2 S_1 \left[\frac{\gamma}{\gamma-1} + S_1^2 \right]. \quad (52)$$

Свободномолекулярный предел для произвольных S_i наступает, когда

$$n_1 = n_2 = n = n_0, \quad S_1 = S_2 = S_0, \quad T_1 = T_2 = T_0; \quad (53)$$

T_{W0} для свободномолекулярного предела, хорошо известное выражение [4],[5], выводится для произвольных S_i при этих предположениях из (51).

$$T_{W0} = 2 \left\{ \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right\} \left[S_0^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} - \frac{0.5 \exp(-(S_0 \sin(\theta^*))^2)}{\sqrt{\pi} \left(\chi(S_0 \sin(\theta^*)) + \chi(-S_0 \sin(\theta^*)) \right)} \right].$$

C_n^* получим из выражения $C_n^* = (\mathbf{P}_{st})_n / \left(\frac{\rho_0 v_0^2}{2} \right)$, а

$$C_\tau^* = (\mathbf{P}_{st})_\tau / \left(\frac{\rho_0 v_0^2}{2} \right) = 2(1-p) n_{10} c_{10}^2 S_1^2 \sin(\theta^*) \cos(\theta^*) / S_0^2. \quad (54)$$

для высокоскоростного приближения. C_n^* и C_τ^* для свободномолекулярного приближения при диффузном отражении вычисляются при всех режимах.

Область применимости методики

Область применимости развитой теории течения газа в перфорированных границах в силу большого числа предположений и модельной постановки задачи, определяется в основном результатами сравнения с экспериментом, которые обсуждаются ниже и приводились в [3]. Но в теории существуют и внутренние противоречия, разрешение которых должно приводить к правдоподобным ограничениям на используемые величины. Эти вопросы и будут рассмотрены ниже.

Первое, что необходимо рассмотреть, это предельные представления данной теории. Рассматривается случай, когда вся конструкция в целом находится в переходном режиме течения, а отдельные элементы обтекаются в свободномолекулярном пределе, так как имеют малый поперечный масштаб при всех режимах. Еще раз отметим, что свободномолекулярный предел получается при предположениях (53), и данная теория обобщает теорию бесстолкновительного свободномолекулярного предела.

Второе. Модель функции распределения (6)-(8) обобщает известную модель функции распределения (7) при тчении газа через отверстие в тонкой перегородке, которое мы получаем из (6) и (8) при $p \rightarrow 1$. В данном случае существует одна тонкость, которую необходимо отметить. Речь идет о локальных характеристиках конструкции. К асимптотике $p \rightarrow 1$ нужно относиться как локальному пределу, что должно означать предельную значительную прозрачность конструкции для рассматриваемого элемента ΔS_{km} .

Последнее означает не только полное отсутствие поверхности, что может иметь место, но и особенность течения через отверстие в тонкой перегородке, когда общие закономерности поведения газа не осложняются влиянием перфорированной поверхности. Последнее имеет значение при выборе точек ветвления, которых в высокоскоростном пределе насчитывается три, и говорит о сложности возможных конфигураций течения и соответственно комбинаций ветвей решения (11)–(14).

При решении уравнений (11) мы выбрали отрицательную ветвь решения, которая ведет к соотношениям Гюгоню при $P_{st}, E_{st} \rightarrow 0$, когда дискриминант является полным квадратом. Отметим, что случай $p \rightarrow 1$ не единственный, когда достигается $P_{st}, E_{st} \rightarrow 0$. Именно равенством $E_{st} = 0$, мы воспользовались для определения температуры поверхности теплоизолированного элемента в стационарном режиме обтекания в данной теории. И локальное $p \rightarrow 1$ еще не означает, что около всей поверхности не начнет формироваться скачек уплотнения. Напомним, что из (11) мы определили (n, \mathbf{V}, T) на большом удалении вниз по потоку при $x^* \rightarrow \infty$, где поведение газа может определяться и соседними элементами конструкции, в нарушение предположения об одномерности задачи.

Решая уравнения (12) на границе локальной зоны свободномолекулярного режима течения, в силу асимптотики по $p \rightarrow 1$, как уже обсуждалось выше, мы выбрали положительную ветвь решения, и в пределе $p \rightarrow 1$ получили тождественность величин $S_0 = S_1, n_0 = n_1, c_0 = c_1$.

Точку ветвления при решении (14) для определения (n_2, \mathbf{V}_2, T_2) выберем так, чтобы не возникло противоречий с вычисленными (n, \mathbf{V}, T) при $x^* \rightarrow \infty$. Заметим, что выбор точек ветвления возможен, когда уравнения разрешимы.

Проводить расчеты можно при положительных значениях дискриминанта для произвольных S_0 в уравнениях (11) и при высокоскоростном пределе в системах (12) и (14). Вопрос о разрешимости уравнений (12) проведем в пределе $S_0 \gg 1$, что приводит к простым закономерностям. Последнее возможно, так как расчеты показывают слабое влияние отношения температуры поверхности к температуре потока T_{W0} на значения дискриминанта. В основном влияние оказывают коэффициент перфорации p и ориентация нормали элемента ΔS_{km} . Перейдем к пределу и получим условие положительных значений дискриминанта в уравнении (44) в виде

$$\sin(\theta^*) > \sqrt{2 \left\{ \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right\} \frac{1}{p}}.$$

Так как $0 < p \leq 1$, то методика применима, для больших скоростных отношений S_0 при $\theta^* > 49^\circ$ градусов угла атаки элемента ΔS_{km} для двухатомного газа и при $\theta^* > 69^\circ$ для одноатомного газа. С уменьшением p область допустимых углов атаки сужается: так при $p = 0.907, \gamma = 7/5$ она будет такова: $90^\circ \geq \theta^* > 52.5^\circ$.

Столь узкие пределы применимости решений уравнений (12) можно объяснить применением диффузной схемы отражения частиц от поверхности. Полученные результаты довольно точно отражают область применимости диффузной схемы, имеющуюся в литературе [5, 7]. И еще одно важное замечание относительно сравнения с экспериментом. Как известно, значения T_{W0} при проведении наземных экспериментов много больше значений в натуральных условиях. С учетом и трудностей достижения в эксперименте больших S_0 область допустимых углов θ^* сужается, но становится больше для натуральных расчетов.

Анализ результатов и проведение расчетов

По данным величинам: отношение теплоемкостей γ , коэффициент перфорации p , число Маха M , температурное отношение T_{W0} , угол атаки зеркала параболоида θ , радиус зеркала параболоида a , глубина параболоида b , проведен расчет параметров антенны и параметров набегающего потока.

В качестве теста проводится счет, когда параболоид при малых значениях b превращается в круг радиуса a ; в этом случае результаты совпадают с [2, 3]. И еще один тест — сопоставление с предельным случаем данной теории, когда в силу (53) наступает свободномолекулярный предел. Сопоставление результатов данной теории и экспериментальных данных для плоских тел приведено в [3]. Эксперимент для пространственных сетчатых тел большой прозрачности вряд ли возможен.

В связи с тем, что функция распределения найдена в (7)–(8), а параметры определены в (11)–(14) можно найти все интересующие нас величины. Отметим интересные особенности. Близкие значения C_n для модельной задачи и свободномолекулярного приближения характерны для интегральной характеристики для большого диапазона параметров задачи. Для конструкции в целом и для выбранных элементов интересно отметить, что коэффициент C_n за счет падающих частиц (CNI), коэффициент C_n за счет отраженных частиц (CNR), и составляют в сумме общий C_n : $C_n = CNI + CNR$. То же самое для C_T . Расчеты показывают, что коэффициент C_n в свободномолекулярном пределе близок C_n данной теории, но значительно отличается по падающим и отраженным потокам, что доказывает тот факт, что интегральные характеристики могут быть близки для различных полей течений и формироваться из различных сильно различающихся компонент. В рамках экспериментов такой анализ невозможен, и, кроме того, потоки энергии в свободномолекулярном приближении и в модельной задаче могут практически совпадать, но их детальный анализ показывает, что они тоже формируются из различных компонент. Это происходит в связи с тем, что для модельной задачи в зонах I и II до и после решетки мы допустили наличие столкновений, т.е. переходной режим обтекания. Получить локальную информацию теория позволяет по любому элементу антенны. В расчетах анализировались характеристики элемента в центре параболоида ($y = 0, \varphi = 0$).

Точность, которая рассчитывалась, есть точность только интегрирования по поверхности и получается в результате сопоставление численного и аналитического результатов, и, естественно, не отражает точность методики в целом. Напомним, что вся поверхность разбивается на 10000 элементов и этого заведомо достаточно для точности 4D. Что касается точности методики, то первым ограничением является существование решения для систем (12)–(14). Для таких режимов течений рассчитывается площадь, на которой получено модельное решение, затем площадь, на которой модельное решение заменено расчетом в свободномолекулярном пределе и, наконец, площадь, которая попала в область затенения, где решение тоже строится в свободномолекулярном пределе.

При проведении расчетов сетчатых конструкций ряд элементов имеет малые углы атаки по отношению к набегающему потоку. При этом диффузная схема отражения частиц от поверхности, заложенная в расчетах, приводит к низкой точности результатов.

С другой стороны, при малых углах атаки часть элементов конструкции антенны могут попадать в область затенения. В этих условиях необходим учет интерференции между элементами конструкции.

Таким образом, предложенная модельная задача об обтекании сетчатых конструкций дает возможность вычислять аэродинамические коэффициенты и параметры поля течения для углов атаки (по отношению к зеркалу параболоида) не менее 40° . Расчеты аэродинамических коэффициентов при малых углах атаки можно проводить в свободномолекулярном пределе. Корректировка теории в этом случае становится задачей, требующей отдельного рассмотрения.

Аэродинамические коэффициенты и параметры поля течения представлены на рисунках 4-8 . Все величины рассчитывались в единицах набегающего потока.

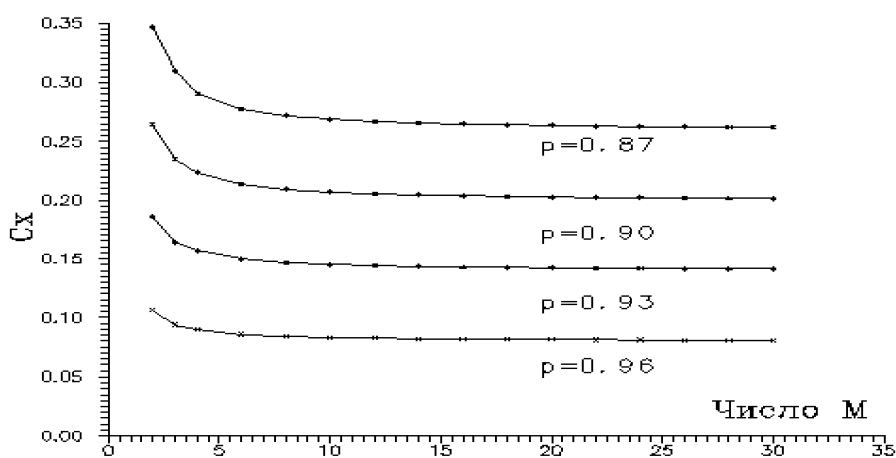


Рис. 4: Коэффициент C_x как функция числа Маха для параболоида при различных коэффициентах перфорации ($a = 1$, $b = 1/4.5$, $T_{W0} = 0.1$, $\gamma = 1.4$).

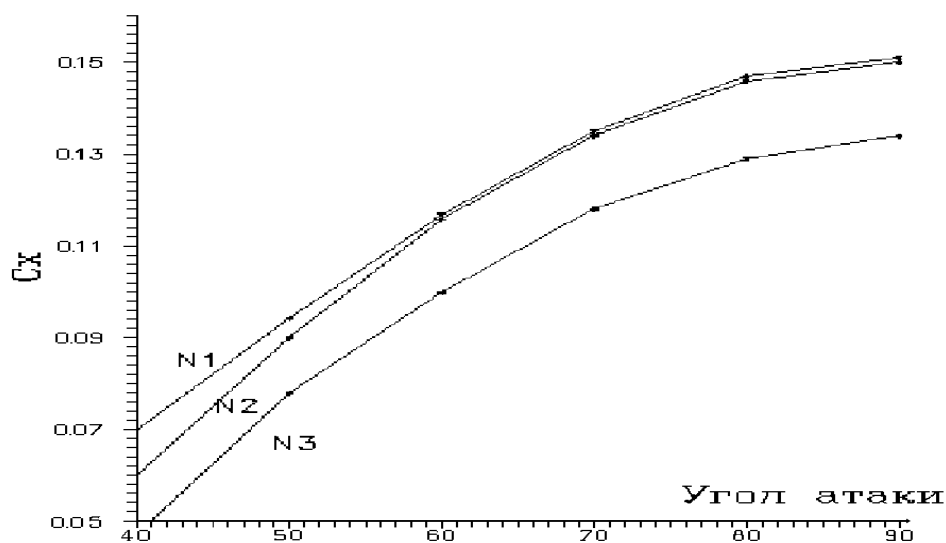


Рис. 5: Коэффициент C_x сетчатой антенны параболоида как функция угла атаки θ по отношению к зеркалу параболоида. Радиус зеркала $a=1$. Коэффициент перфорации $p = 0.9346$, $\gamma = 1.4$; N1 — вырожденный параболоид, $b = 2 \cdot 10^{-4}$, $M = 3.45$, $T_{W0} = 0.1$; N2 — $b = 1/4.5$, $M = 3.45$, $T_{W0} = 0.1$; N3 — $b = 1/4.5$, $M = 8$, $T_{W0} = 0.01$.

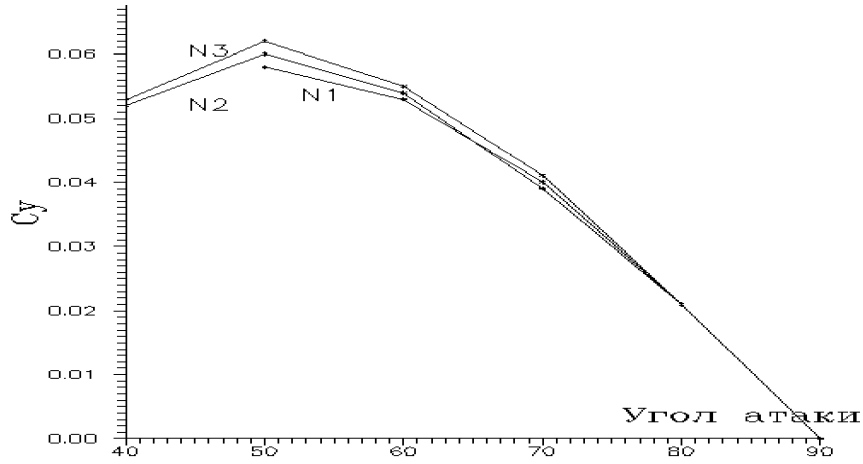


Рис. 6: Коэффициент C_y сетчатой антенны — параболоида в зависимости от угла атаки θ по отношению к зеркалу параболоида. Радиус зеркала $a=1$. Коэффициент перфорации $p = 0.9346$, $\gamma = 1.4$; N1 — вырожденный параболоид, $b = 2 \cdot 10^{-4}$; $M = 3.45$, $T_{W0} = 0.1$; N2 — $b = 1/4.5$, $M = 3.45$, $T_{W0} = 0.1$, N3 — $b = 1/4.5$, $M = 8$, $T_{W0} = 0.01$.

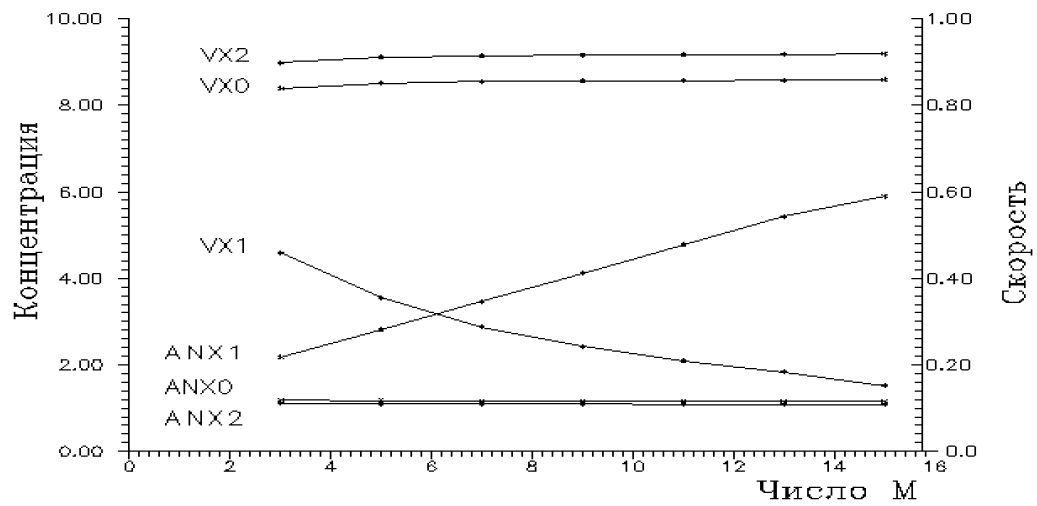


Рис. 7: Отношение концентрации и скоростей потока около элемента параболоида $y = 0$, $\varphi = 0$, для различных чисел M . $\gamma = 1.4$, $T_{W0} = 0.1$, $a = 1$, $b = 1/4.5$, $p = 0.9346$.
 $ANX1 = n(x^* = -\delta)/n_0$, $ANX0 = n(x^* = 0)/n_0$, $ANX2 = n(x^* = \delta)/n_0$,
 $VX1 = V(x^* = -\delta)/V_0$, $VX0 = V(x^* = 0)/V_0$, $VX2 = V(x^* = \delta)/V_0$.

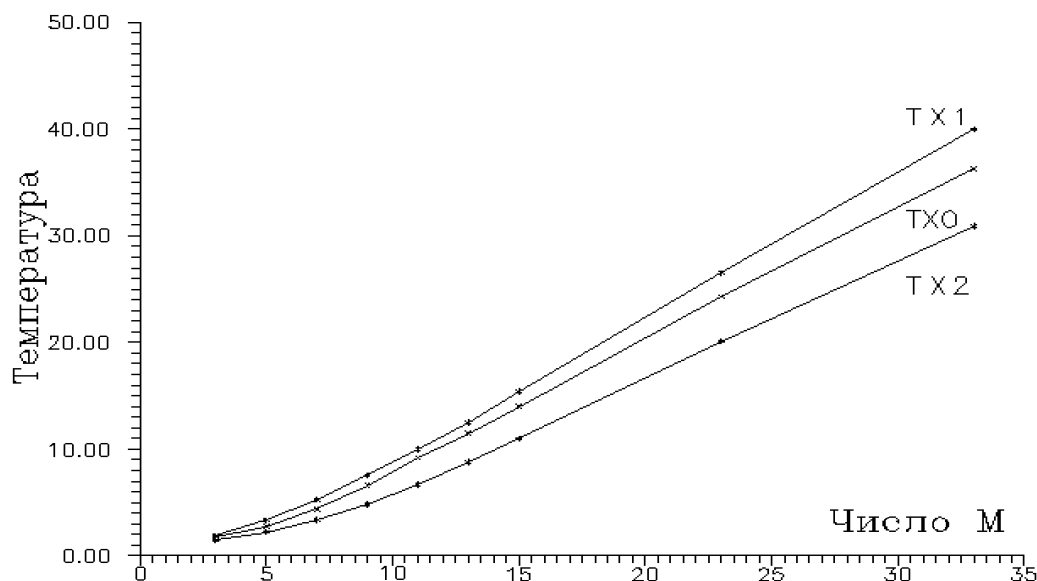


Рис. 8: Отношение температуры потока газа в области решетки к температуре в набегающем потоке для различных чисел M . $\gamma = 1.4$, $T_{W0} = 0.1$, $a = 1$, $b = 1/4.5$, $p = 0.9346$.
 $TX1 = T(x^* = -\delta)/T_0$, $TX0 = T(x^* = 0)/T_0$, $TX2 = T(x^* = \delta)/T_0$;

SUMMARY

Khristinich V. B. The model of the hypersonic rarefied gas flow in transitional regime over space antennae. Part I.

Consideration is given to model of the hypersonic transitional flow regime over space antennae. The model was used for studying aerodynamic characteristics of parabolic antenna with real wire netting elements were simulated by perforated plates. Model of nonequilibrium flows description can give an opportunity to determine some parameters in a flow field as well. The model of low density gas flow in perforated bounds has been developed for transparent surface when direct simulation Monte–Carlo method loses efficiency. Numerical results of studying aerodynamic characteristics and parameters in a flow field are presented.

Foundation of the problem is given in a first part of article.

Список литературы

- [1] Гунько Ю. Ф., Христинич В. Б. Расчет сопротивления плоской решетки в потоке разреженного газа // Молекулярная газовая динамика и динамика разреженного газа: Материалы VII Всесоюзной конференции по МГД и ДРГ. М., Изд-во АН СССР, 1985, том 1, с. 250–258.
- [2] Гунько Ю.Ф., Христинич В.Б. Аэродинамические характеристики перфорированной пластины в потоке газа низкой плотности. //Газодинамика и теплообмен, Вып. 8. Л., 1984. с. 183–196.
- [3] Крылов А.А., Рудаков Р.Р., Стариков Б.Б., Христинич В.Б. Аэродинамика решеток в разреженном газе. // Аэродинамика, тепло и массообмен в разреженном газе: Труды VIII Всесоюзной конференции по ДРГ. М., 1987. С. 26–30.
- [4] Христинич В.Б. Модель течения газа низкой плотности в перфорированных границах для расчета аэродинамики космических антенн. // Труды XIII сессии международной

школы по моделям механики сплошной среды. Издательство Санкт-Петербургского Университета, Санкт-Петербург 1996, с. 65 - 80.

- [5] *Кошмаров Ю.А., Рыжов Ю.А.* Прикладная динамика разреженного газа. М.: "Машиностроение 1977, 184 с.
- [6] *Коган М.Н.* Динамика разреженного газа. М., "Наука 1967, 440 с.
- [7] *Баранцев Р.Г.* Взаимодействие разреженных газов с обтекаемыми поверхностями. М., "Наука 1975, 343 с.
- [8] *Люк Ю.Л.* Специальные математические функции и их аппроксимации. М., "Мир 1980, 608 с.